

## KAKO SU IZMJERENE UDALJENOSTI U SUNČEVU SUSTAVU

Dr. Dragan Roša

*Danas vrlo precizno znamo kolike su uzajamne udaljenosti tijela Sunčeva sustava. Neke se određuju gotovo neposredno, uz pomoć radara ili laserskih zraka. U ovom članku osvrnut ćemo se na povijesne metode premjeravanja Sunčeva sustava, koje iznenađuju svojom originalnošću...*

Prve teorije o izgledu svijeta bile su uglavnom geocentrične. Zemlja je smatrana središtem svemira oko kojeg se okreću nebeska tijela. Takvo se mišljenje zadržalo stoljećima. Stari Grci smatrali su Zemlju nebeskim tijelom. Oblik Zemljine sjene što se vidi na Mjesecu za vrijeme pomrčine, **Aristotel** (384.-322. g. pr. Kr.) navodi kao dokaz da je Zemlja okrugla. Još jedan dokaz za to proizlazi iz činjenice što se iz raznih dijelova Zemljine površine pojedine zvijezde u isto doba vide nad obzorom u različitim visinama (pri tom se pretpostavlja da su zvijezde jako udaljene). Aristotel navodi da Zemljin polumjer iznosi (precijenjenih) oko 74 000 kilometara.

Prva točna mjerenja Zemljine veličine proveo je **Eratosten** (276.-195. g.pr.Kr.) na temelju sjene gnomona i **Posidonije** (135.-51. g.pr.Kr.) iz mjerenja visine zvijezde Kanopus. Pri tome je trebalo poznavati koliko su uzajamno udaljena mjesta motrenja na Zemlji. Eratostenov i Posidonijev rezultat iznenađujuće su točni s obzirom na tehniku mjerenja i činjenicu da nisu raspolagali s pouzdanim podacima o udaljenosti mjesta opažanja. Tako je vrijednost Zemljina polumjera bila poznata još prije više od dva tisućljeća. Udaljenosti i veličine Sunca i drugih nebeskih tijela točno su izmjerene mnogo kasnije.

### Kako je Aristarh u III st. prije Krista procijenio udaljenost i veličinu Sunca

Kada promatramo Sunce ono izgleda poput kugle kutnog promjera oko pola stupnja. Kada bismo nogometnu loptu postavili na udaljenost od pedesetak metara, ona bi točno prekrila Sunčevu ploču, pa možda stoga i nije čudno da su prva razmišljanja o Suncu vjerojatno vodila zaključku da se radi o običnoj vatrenoj lopti, relativno male veličine. Znameniti grčki znanstvenik **Aristarh** (310.-230. pr.Kr) iz Samosa, vjerojatno je bio prvi čovjek koji je shvatio da je Sunce u stvarnosti mnogo veće. Do ovog zaključka došao je mjerenjem udaljenosti Sunca i Mjeseca od Zemlje. Metoda se zasnivala na geometrijskom razmatranju nekoliko posebnih položaja koje uzajamno zauzimaju Zemlja, Mjesec i Sunce. Da bi odredio odnos između udaljenosti Mjeseca ( $r_M$ ) i Sunca ( $r_S$ ), Aristarh je opažanjem odredio kut  $\alpha'$ , označen na slici 1. Kut  $\alpha'$  odgovara kutnoj udaljenosti između A i B položaja Mjeseca. Iz sličnosti trokuta lako je zaključiti da je kut  $\alpha'$  jednak kutu  $\alpha$ , pod kojim bi se sa Sunca vidjela udaljenost Zemlja-Mjesec. Primjećujemo da u oba položaja Mjeseca (A i B) Sunce, Zemlja i Mjesec tvore vrhove pravokutnog trokuta. Kut  $\alpha'$  (ili  $\alpha$ ) može se iskazati pomoću kutova  $\beta$  i  $\gamma$  sljedećom relacijom:

$$\alpha = \frac{\beta - \gamma}{2},$$

pa ga, prema tome, možemo izračunati ako prethodno odredimo vrijednosti kutova  $\beta$  i  $\gamma$ .

Kut  $\gamma$  odgovara kutnoj udaljenosti između položaja Mjeseca u fazi mladaka i položaja u fazi prve četvrti (položaj A). Neka je  $t_1$  vrijeme koje prođe između tih dviju faza, tj. vrijeme za koje Mjesec prijeđe kutnu udaljenost  $\gamma$ . Vrijeme koje je potrebno da Mjesec, u odnosu na opažača, opiše puni krug ( $360^\circ$ ) je sinodički ophod Mjeseca i on iznosi 29,5 dana. Tako vrijedi omjer:

$$\frac{360^\circ}{29,5 \cdot 24} = \frac{\gamma}{t_1},$$

pri čemu je  $\gamma$  u stupnjevima, a  $t_1$  u satima.

Iz ovog izraza slijedi:

$$\gamma = \frac{360^\circ \cdot t_1}{29,5 \cdot 24}.$$

Slično se i kut  $\beta$  može izraziti preko vremena  $t_2$ , koje protekne od prve četvrti do uštapa:

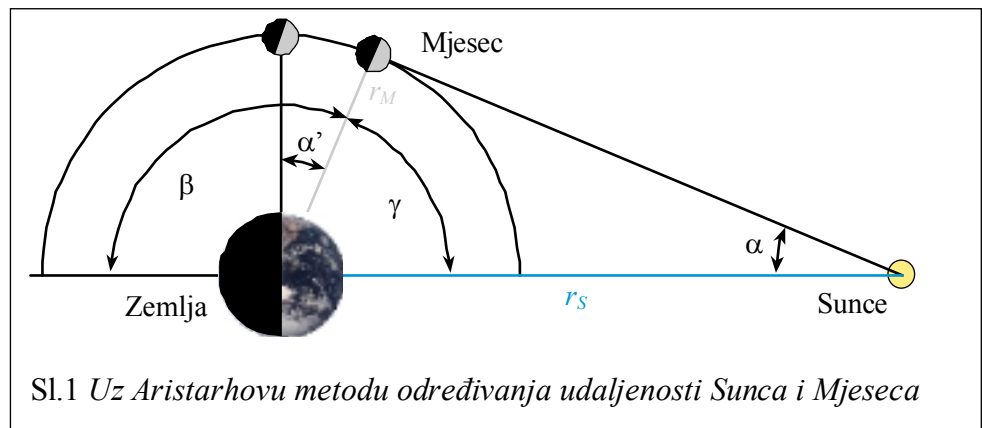
$$\alpha = \frac{360^\circ \cdot t_2}{29,5 \cdot 24}.$$

Na temelju ovih izraza, za kut  $\alpha$  dobivamo:

$$\alpha = \frac{360^\circ (t_2 - t_1)}{29,5 \cdot 24 \cdot 2},$$

gdje vremenska razlika  $(t_2 - t_1)$  odgovara intervalu vremena potrebnog da Mjesec prijeđe iz položaja A u položaj B. Poznavanjem tog podatka može se odrediti i kut  $\alpha$ . Poznavajući  $\alpha$ , odnos udaljenosti Mjeseca i Sunca lako se proračuna po formuli:

$$\sin \alpha = \frac{r_M}{r_S},$$

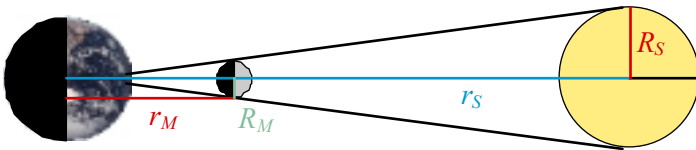


Sl.1 Uz Aristarhovu metodu određivanja udaljenosti Sunca i Mjeseca

a kako je kut  $\alpha$  malen, to se može upotrijebiti izraz:

$$\alpha(\text{rad}) = \frac{r_M}{r_S} .$$

Aristarh je najvjerojatnije određivao razliku vremena ( $t_2-t_1$ ) i dobio vrijednost 12 sati (točan iznos je 0,6 sati), pa je opisanom metodom došao do zaključka da je udaljenost Sunca oko 20 puta veća od udaljenosti Mjeseca (u stvarnosti je Sunce gotovo 400 puta udaljenije).



Sl.2 Aristarhova metoda temelji se i na činjenici da su prividni kutni promjeri Sunca i Mjeseca približno jednaki, što se lako zaključuje iz opažanja potpunih pomrčina Sunca.

Kako su prividni promjeri Sunca i Mjeseca gotovo jednaki, što se lako uočava iz opažanja potpunih pomrčina Sunca kada Mjesečeva sjena *praktički* samo dodiruje površinu Zemlje, Aristarh zaključuje da je omjer polumjera ovih tijela jednak omjeru njihovih udaljenosti od Zemlje (sl.2):

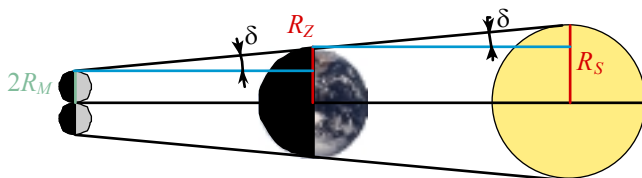
$$\frac{R_M}{R_S} = \frac{r_M}{r_S} ,$$

na temelju čega proizlazi da je Sunce mnogo veće tijelo od Mjeseca.

Da bi dobio i konkretne vrijednosti za udaljenosti i veličine Sunca i Mjeseca, Aristarh je geometrijski analizirao i slučaj kada nastaje potpuna pomrčina Mjeseca. Mjerenjem je utvrdio da je Zemljina sjena u Mjesečevoj udaljenosti dva puta većeg promjera od Mjesečeva, pa za taj slučaj izvodi razmjer (sl.3):

$$\frac{R_Z - 2R_M}{R_S - R_Z} = r_M - r_S ,$$

pri čemu je  $R_Z$  Zemljin polumjer.



Sl.3 Iz trajanja potpune pomrčine Mjeseca Aristarh zaključuje da je Zemljina sjena u Mjesečevoj udaljenosti dva puta veća od Mjesečeva promjera.

Iz posljednja dva izraza i poznatog omjera udaljenosti Sunca i Mjeseca, Aristarh zaključuje da je Sunce nešto više od 300 puta većeg promjera od Zemlje i da se nalazi u udaljenosti od 770  $R_Z$ . Premda je dobio samo grube rezultate, na temelju njih zaključuje da je središnje tijelo planetnog sustava Sunce, koje je mnogo veće od Zemlje. Tako je Aristarh "proširio granice" svemira i jednim osebujnim znanstvenim načinom došao do predodžbe o heliocentričnom ustroju Sunčeva sustava. Zanimljivo je da su veliki astronomi **Hiparh** (190.-120. pr.Kr) i **Ptolemej** (127.-141. pr.Kr.) također

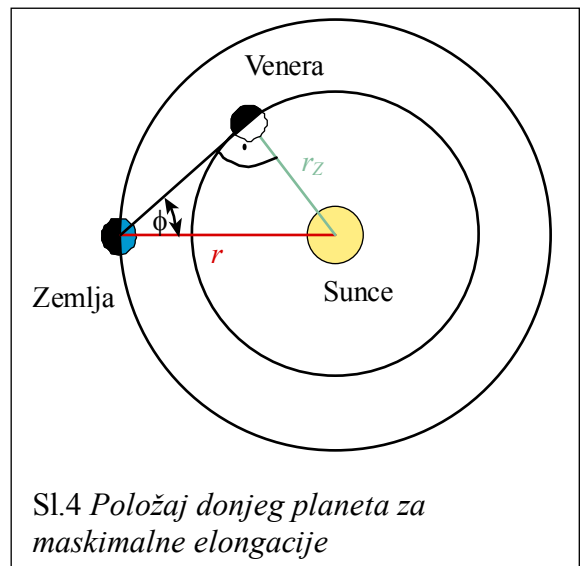
izmjerili udaljenosti Mjeseca i Sunca sličnom metodom kao i Aristarh. Premda su dobili točnije vrijednosti, priklonili su se geocentričnom sustavu svijeta.

### Relativne udaljenosti planeta u geocentričnom i Kopernikovom heliocentričnom sustavu

Drevni su astronomi donekle razotkrili redosljed planeta s obzirom na njihovu udaljenost. Zaključak su temeljili na opažanoj brzini kretanja planeta u odnosu na zvjezdanu pozadinu i na trajanju prividnog retrogradnog gibanja planeta. Udaljenosti planeta u Ptolemejevom geocentričnom sustavu bile su proizvoljne. Veličina velike kružnice (deferenta) po kojoj obilazi Zemlju središte manje kružnice (epicikla) po kojoj kruži planet, mogla se proizvoljno mijenjati. Odabranoj veličini deferenta trebalo je samo uskladiti veličinu epicikla i time se moglo rastumačiti opažano gibanje planeta na nebu. Ptolemej navodi da se nebeska tijela (u geocentričnom sustavu) nalaze na sljedećim udaljenostima od Zemlje:

Mjesec  $50 R_Z$  ( $R_Z$  je Zemljin polumjer)  
 Merkur  $100 R_Z$   
 Venera  $600 R_Z$   
 Sunce  $1.200 R_Z$   
 Mars  $5.000 R_Z$   
 Jupiter  $11.500 R_Z$   
 Saturn  $17.000 R_Z$   
 Zvijezde  $20.000 R_Z$

Heliocentrična slika Sunčeva sustava koju je postavio **Nikola Kopernik** (1473.-1543.) omogućila je da se jednostavno odrede relativne udaljenosti planeta od Sunca. Udaljenost  $r$  donjeg planeta iskazana u jedinici Zemljine udaljenosti od Sunca  $r_z$ , nalazi se iz podatka o maksimalnoj elongaciji  $\phi$  planeta. Tada iz pravokutnog trokuta Zemlja-planet-Sunce (sl.4) lako nalazimo:



$$r = r_z \sin \phi$$

Udaljenosti gornjih planeta (udaljenijih od Sunca nego li što je Zemlja) mogu se odrediti usporedbom njihovih položaja za opozicije i položaja koji planet zauzima na nebu jednu svoju sideričku godinu kasnije (sl.5). U ovom je slučaju trokut kojeg određuju karakteristični položaji planeta, Zemlje i Sunca kosokutan. Jednostavan račun daje nam vrijednost udaljenosti planeta od Sunca u odnosu na Zemljinu udaljenost od Sunca. Kut  $\alpha$  u vrhu u kojem se nalazi planet odgovara kutnoj udaljenosti planeta u dva položaja gledano sa Zemlje; za opozicije i nakon jedne sideričke godine planeta. Određuje se opažanjem. Kut  $\gamma$ , s vrhom u Suncu, određen je položajima planeta i Zemlje nakon što protekne jedna siderička godina planeta ( $P$ ). Određen je izrazom:

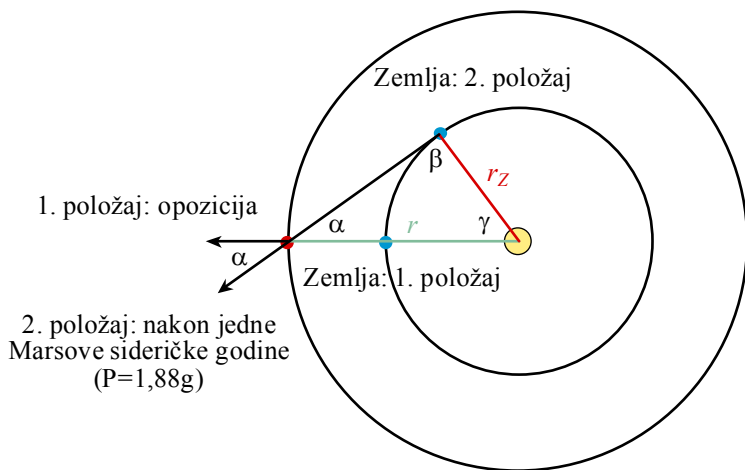
$$360^\circ k + \gamma = 360^\circ P,$$

gdje je  $k$  cijeli broj, a  $P$  siderički period planeta u godinama.

Preostali kut  $\beta$  u trokutu Sunce-Zemlja-planet s vrhom u položaju Zemlje, nalazi se iz činjenice da je zbroj kutova u trokutu  $180^\circ$ . Udaljenost  $r$  planeta od Sunca može se naći iz izraza:

$$r \sin \alpha = r_z \sin \beta \quad ,$$

pri čemu je  $r_z$  udaljenost Zemlje od Sunca.



Sl.5 Određivanjem kutne udaljenosti  $\alpha$  gornjeg planeta (npr. Marsa) u dva osobita položaja (za opozicije i jednu Marsovu sideričku godinu kasnije) omogućuje određivanje relativne udaljenosti planeta od Sunca

Kopernik navodi sljedeće vrijednosti za udaljenost planeta od Sunca:

- Merkur 430  $R_Z$
- Venera 820  $R_Z$
- Zemlja 1.100  $R_Z$
- Mars 1.700  $R_Z$
- Jupiter 6.000  $R_Z$
- Saturn 10.500  $R_Z$
- Zvijezde – prevelika udaljenost za mjerenje

Kopernikove vrijednosti puno su manje nego li stvarne.

Relativne udaljenosti planeta od Sunca lako su se i precizno mogle odrediti nakon što je njemački astronom **Johannes Kepler** (1571.-1630.) objavio 1619. godine svoj treći zakon o gibanju planeta oko Sunca. Prema trećem Keplerovom zakonu kvadrati perioda ophoda ( $T$ ) planeta odnose se kao kubovi njihovih srednjih udaljenosti ( $a$ ) od Sunca:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

Ako je jedan od planeta Zemlja, čija je udaljenost od Sunca jedna astronomska jedinica i vrijeme ophoda oko Sunca jedna godina, onda je srednja udaljenost  $a$  (u astronomskim jedinicama) bilo kojeg drugog planeta poznatog perioda ophoda oko Sunca  $T$  (u godinama), dana jednostavnim izrazom:

$$a = T^{2/3}$$

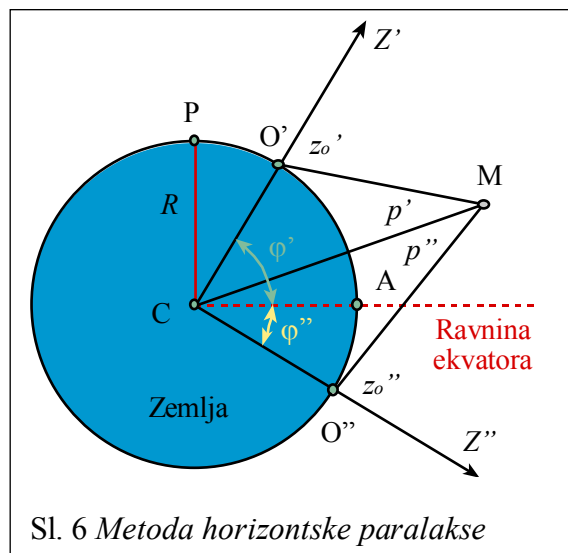
Period ophoda planeta oko Sunca lako se određuje mjerenjem sinodičkog ophoda i upotrebom relacija koje povezuju **siderički** i **sinodički** period ophoda planeta. Ovima načinom bilo je moguće pouzdano odrediti relativne vrijednosti srednjih udaljenosti planeta od Sunca. Preciznost numeričkih iznosa ovisila je o tome koliko je točno određena udaljenost Zemlja-Sunce, odnosno vrijednost jedne astronomske jedinice. Astronomi su stoga veliku pažnju posvećivali tome da što preciznije odrede udaljenost Zemlje od Sunca, tj. vrijednost jedne astronomske jedinice popularno zvane «astronomski metar». Prva precizna mjerenja temeljena su na metodi *paralakse* i primjeni trećeg Keplerova zakona. Metoda je prvi put primijenjena 1672. godine, prigodom Marsove opozicije.

## Metoda paralakse

Udaljenosti bližih svemirskih objekata (planeti, kometi, planetoidi) određuju su metodom horizontske paralakse. Metoda se zasniva na istodobnom mjerenju koordinata nebeskog tijela s dva različita stajališta na Zemlji. Na temelju toga izračunava tzv. horizontska paralaksa, tj. kut pod kojim bi se s objekta okomito vidio polumjer Zemlje. Sličnom metodom služio se **Tales** iz Mileta (oko 625.-547. g. pr. Kr.) za određivanje udaljenosti brodova.

Zadatak određivanja udaljenosti Zemlje od Sunca metodom paralakse Francuska akademija povjerila je astronomu **Jeanu Richeru** (1630.-1696.) koji je otputovao u Guyanu radi opažanja položaja Marsa za opozicije 1672. godine. Mars je istodobno opažan iz Pariza i razlika njegovih položaja u odnosu na zvjezdanu pozadinu poslužila je za određivanje Marsove paralakse, odnosno njegove udaljenosti od Zemlje. Primjenom trećeg Keplerovog zakona mogla se tako proračunati udaljenost Zemlje od Sunca. Za astronomsku jedinicu astronom pariške zvjezdarnice **Jean Dominique Cassini** (1625.-1712.) i Richer dobili su vrijednost od oko 140 milijuna kilometara. Relativno velika greška posljedica je netočnosti u određivanju položaja Marsa, odnosno njegove paralakse.

Prvo precizno mjerenje udaljenosti nekog nebeskog tijela metodom paralakse proveli su francuski astronomi **Joseph Jerome de Lalande** (1732.-1807.) i **Nicolas Louis de Lacaille** (1713.-1762.) godine 1752. Izmjerali su udaljenost Mjeseca, najbližeg nebeskog tijela i koje ujedno ima najveću vrijednost horizontske paralakse. Opažano je s juga Afrike (rt Dobre Nade) i Europe. Opisat ćemo metodu računanja uz pretpostavku da se opažачka mjesta  $O'$  i  $O''$  (sl.6) na istom meridijanu. Točka  $A$  neka je na ekvatoru. Ako su  $\varphi'$  i  $\varphi''$  geografska širina točke  $O'$  i  $O''$ , tada je kut u vrhu  $C$  trokuta  $CO'O''$  jednak  $\varphi' + \varphi''$ . Jednaki je kut jednak i zbroju pravih zenitnih udaljenosti Mjeseca ( $z' + z''$ ).



Sl. 6 Metoda horizontske paralakse

Istodobnim opažanjem mogu se odrediti pripadne prividne zenitne udaljenosti  $z_o'$  i  $z_o''$  Mjeseca  $M$ . Ako su  $p'$  i  $p''$  pripadne paralakse Mjeseca, tada vrijede izrazi:

$$p' = P \sin z_o' \text{ i } p'' = P \sin z_o'',$$

(gdje je  $P$  horizontska paralaksa Mjeseca), iz kojih slijedi:

$$p' + p'' = P(\sin z_0' + \sin z_0'') .$$

Također je:

$$p' + p'' = z_0' - z' + z_0'' - z'' = z_0' + z_0'' - \varphi' - \varphi'' .$$

Na temelju ovih izraza dobivamo:

$$p = \frac{z_0' + z_0'' - \varphi' - \varphi''}{\sin z_0' + \sin z_0''} .$$

Dakle, horizontsku paralaksu Mjeseca određujemo istodobnim mjerenjem zenitnih udaljenosti Mjeseca s dviju točaka na Zemlji, čije su nam geografske širine poznate (uz pretpostavku da mjesta leže na istom meridijanu). Poznavanjem horizontske paralakse lako određujemo geocentričnu udaljenost objekta po formuli:

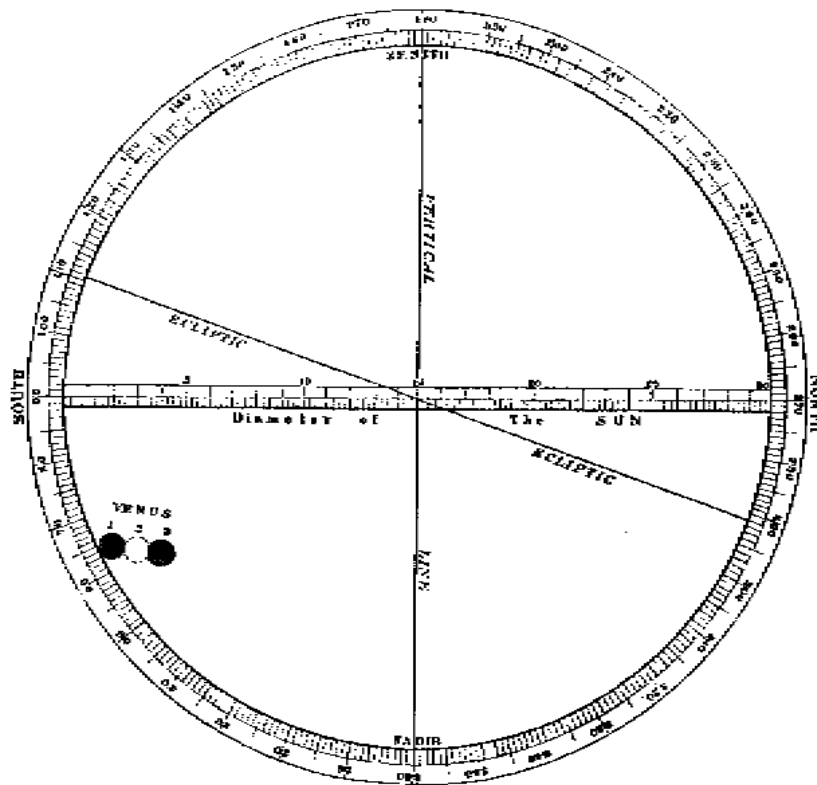
$$d = R \sin P ,$$

gdje je  $R$  polumjer Zemlje.

### **Kako su prividni prolazi Venere preko Sunčeve ploče omogućili prvo precizno određivanje udaljenosti Zemlja-Sunce**

Uslijed jakog Sunčeva sjaja i njegove relativno velike kutne veličine, neposredna mjerenja paralakse su otežana. Zato se i pribjegavalo određivanju udaljenosti naše zvijezde posrednim putem. Upotrebom trećeg Keplerovog zakona, koji kaže da se kvadrati vremena ophoda ( $T$ ) planeta oko Sunca odnose kao kubovi njihovih srednjih udaljenosti ( $a$ ) od Sunca ( $a^3/T^2 = \text{konst}$ ), udaljenost bilo kojeg planeta od Sunca, pa tako i Zemlje, mogla se proračunati ako znamo vrijednost udaljenosti od Sunca samo jednog od planeta. Metoda je prvi put primijenjena 1672. godine, za vrijeme opozicije Marsa. Međutim, engleski astronom **Edmond Halley** (1656.-1724) iskazao je sumnju prema rezultatima dobivenim opažanjem Marsa. Sumnja je bila opravdana jer u to doba nije bilo moguće pouzdano točno odrediti položaj Marsa, pogotovo ne istodobno s uzajamno dovoljno udaljenih opažачkih mjesta. Točnost istodobnih mjerenja s različitih mjesta na Zemlji ovisila je o usklađenosti i preciznosti ura. Vjerojatno inspiriran prividnim prijelazom Merkura preko Sunčeve ploče, kojeg je opažao 1677. godine, Halley je predložio jednu novu metodu kojom je prvi put točno određena udaljenost Sunca. Temelji se na opažanju prolaza planeta ispred Sunca. U spisima "Philosophical Transactions", Halley iznosi svoju metodu i preporučuje da bi u tu svrhu trebalo upotrijebiti prividne prolaze Venere preko Sunčeve ploče, jer je Venera bliža Zemlji. Kako su prijelazi trebali nastupiti tek 1761. i 1769. godine, znajući da ih neće moći doživjeti, Halley je napisao: "*...Stoga preporučujem ovu metodu kao nešto najnužnije za svakog astronoma koji bi imao prigodu da promatra ove pojave za vrijeme dok sam ja već mrtav. Neka ovaj savjet imaju na umu i neka ulože sav svoj trud i snagu prilikom ovih važnih promatranja, zbog čega im najsrdačnije želim na prvom mjestu da im promatranja ne budu spriječena nepogodnim vremenom, a zatim, nakon što odrede veličinu staze naših planeta s velikom točnošću, da time steknu besmrtnu slavu i čast.*"

Venerin prolaz ispred Sunca godine 1631. predvidio je i opažao **Jeremiah Horrocks**. On i njegov suradnik **William Crabtree** bili su vjerojatno jedini svjedoci tog prolaza. Iz crteža (sl.7) su odredili prividni kutni promjer Venere u odnosu na Sunčev. Uz pretpostavku da se Venera sa Sunca opaža pod jednakim kutom kao sa Zemlje, Horrocks je procijenio Sunčevu udaljenost. Premda je njegova pretpostavka bila netočna, dobio je do tada najtočniju vrijednost astronomske jedinice.



Sl.7 Horrocksovo opažanje Venerina prolaza preko Sunčeve ploče

Prolazi Venere preko Sunčeve ploče događaju se rijetko. Njena staza je nagnuta prema ravnini Zemljine staze oko Sunca za nešto više od tri stupnja. Za promatrača na Zemlji, Venera se projicira na Sunčevu ploču samo onda kada se, u konjunktiji sa Suncem, nađe u čvorovima svoje staze (to su sjecišta Venerine staze i ravnine ekliptike). Zbog položaja čvorova na ekliptici, Venera promatrana sa Zemlje, može prelaziti ispred Sunca samo u lipnju ili prosincu. Općenito se dva prolaza dogode u razmaku od 8 godina, a sljedeća dva prolaza u razmaku od 8 godina, nastupaju tek nakon više od sto godina. Imajući to u vidu, a i mnoge poteškoće vezane uz ta promatranja, vlade mnogih zemalja bile su vrlo darežljive za organiziranje mnogih dalekih ekspedicija. Tako su već opažanja 1761. donijela zadovoljavajuće rezultate. No, mnogi astronomi imali su i neuspjeha u svojim ekspedicijama. Pokazuje to najbolje slučaj francuskog astronoma **Guillaumea Le Gentila**, koji je radi promatranja prolaza Venere otputovao već 1759. u Indiju, ali je uslijed političkih zbivanja stigao na mjesto opažanja prekasno. Tu je ostao osam godina radi promatranja narednog prolaza, ali je tog dana bilo oblačno!

Opisat ćemo sada postupak kojim se iz opažanja prolaza Venere preko Sunčeve ploče određuje udaljenost naše zvijezde. Na slici 8 prikazano je kako prividni prolaz Venere opažaju motritelji, od



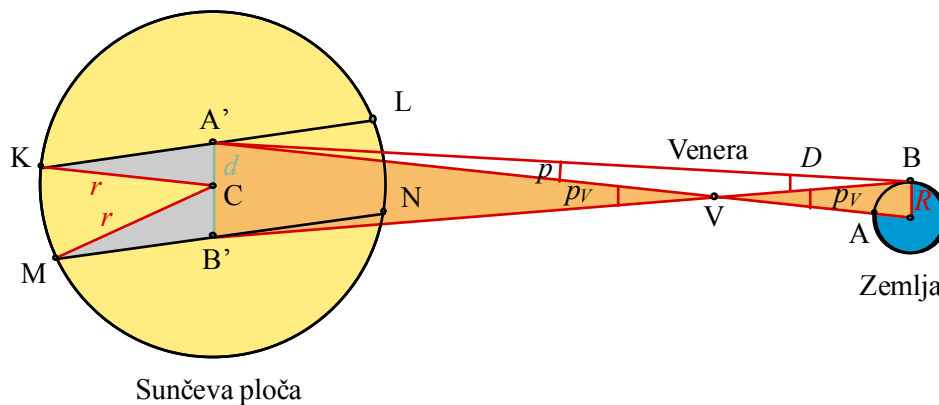
kojih je jedan u točki A, a drugi u točki B na Zemljinj površini. Radi jednostavnosti neka su motritelji u međusobnoj udaljenosti jednakoj Zemljinom polumjeru ( $R$ ). Za motritelja u točki A Venera (V) prelazi preko Sunčeve ploče po tetivi KL, a za motritelja u točki B po paralelnoj tetivi MN. Razmak tetiva  $d=A'B'$  opažač iz B vidio bi pod kutom  $D$ . Ova bi se udaljenost s Venere vidjela pod kutom  $p_v$ , koji je jednak kutu pod kojim se s Venere vidi Zemljin polumjer (dakle,  $p_v$  je paralaksa Venere).

Paralaksa Sunca označena je s  $p$  i to je kut pod kojim bi se sa Sunca vidio polumjer našeg planeta. Iz kosokutnog trokuta  $A'VB$  imamo razmjer:

$$p : D = BV : A'V .$$

Veličine  $BV$  i  $A'V$  su udaljenosti Venere i Sunca od Zemlje. Označimo ih s  $r_1 = BV$  i  $r_2 = A'V$ . Ako je  $r$  udaljenost Zemlje od Sunca, imamo:

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{r - r_2}{r_2} = \frac{r}{r_2} - 1$$



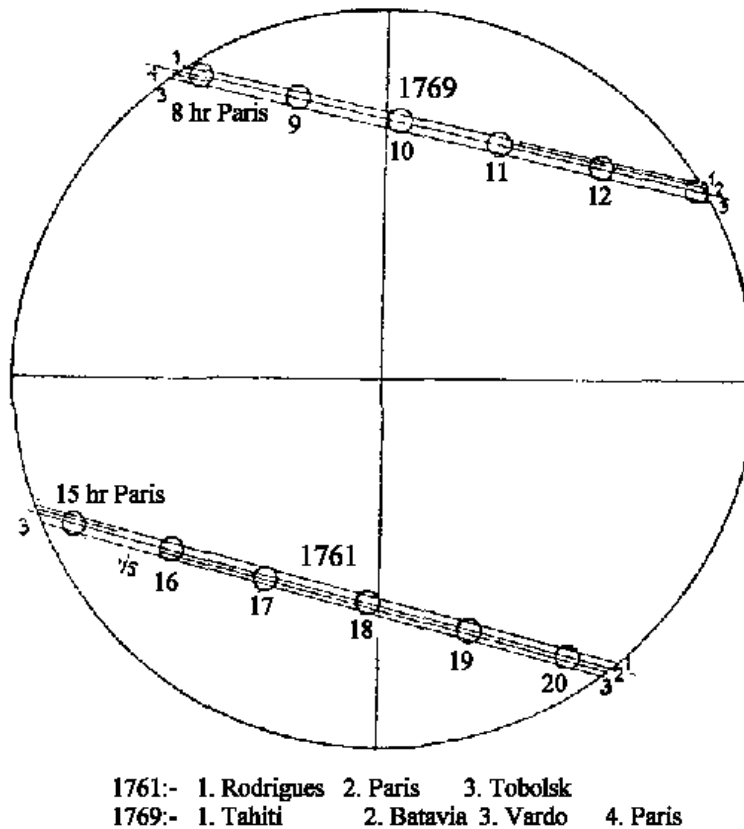
Sl.8 Istodobno opažanje prividnog prolaza Venere preko Sunčeve ploče iz dvaju mjesta na Zemlji (A i B) omogućuje određivanje Sunčeve horizontske paralakse ( $p$ ).

Omjer udaljenosti Zemlje i Venere od Sunca možemo proračunati po trećem Keplerovom zakonu, znajući ophodno vrijeme Venere (225 dana), pa za Sunčevu paralaksu dobivamo:

$$p = \frac{r}{r_2} - 1 = \frac{r_1 D}{r_2} = 0,383D$$

Tako se ova metoda određivanja udaljenosti Sunca svodi na mjerenje kuta  $D$ , što se ne može obaviti neposrednim opažanjem. Naime, opažač iz B ne vidi položaj tetive MN, kao što ni opažač iz A ne zna, iz neposrednog opažanja, gdje se nalazi tetiva KL. Međutim,  $D$  se može izračunati iz opažanja. Oba opažača neka ucrtaju središte C Sunčeva diska. Tada se kutna udaljenost  $d$  može pronaći primjenom Pitagorina poučka na trokute  $A'KC$  i  $CMB'$ , u kojima je stranica  $r$  jednaka prividnom polumjeru Sunca, dok se duljine stranica  $A'K$  i  $B'M$  određuju opažanjem. Najbolje je to učiniti mjerenjem vremena koje protekne između nailaska Venere na Sunčevu ploču i silaska Venere sa Sunčeve ploče. Ako se opažači nalaze na udaljenosti jednakoj polumjeru Zemlje, kako smo na

početku pretpostavili, mjerenja ukazuju da je  $D = 23''$ , pa prema gornjoj relaciji horizontska paralaksa Sunca iznosi  $p = 8,8''$ . Iz opažanja prolaza Venere 1761. i 1769. godine (sl.9) izvedena je vrijednost za astronomsku jedinicu od  $1,46 \cdot 10^{11} \text{m}$ .



Sl.9 Rezultati opažanja Venerina prolaza ispred Sunca različitih ekspedicija 1761. i 1769. godine

Jedinstvena i rijetka pojava prolaza Venere ispred Sunca omogućila je da po prvi put sa zadovoljavajućom točnošću saznamo vrijednost udaljenosti Zemlje od Sunca. Svijetla Sunčeva ploča nadomjestila je zvjezdanu pozadinu i omogućila da se dovoljno točno izmjeri razlika u položaju tamne Venerine ploče promatrane s različitih mjesta na Zemlji. Metoda je «kompenzirala» još u to doba nedovoljno precizna mjerenja položaja nebeskih tijela i stoga zauzima značajno mjesto u povijesti astronomije. Točnija vrijednost ( $1,496 \cdot 10^{11} \text{m}$ ) dobivena je 1931. godine opažanjem planetoida Erosa za njegove opozicije. U međuvremenu, sredinom 19. stoljeća bilo je moguće primijeniti dvije nove metode određivanja udaljenosti Sunca. Prva se temeljila na analizi složenih gravitacijskih poremećaja u gibanju planeta. Primijenio ju je francuski astronom i matematičar **Urbain Jean Joseph Le Verrier** (1811.-1877.) i za udaljenost Sunca dobio oko 4% manju vrijednost od one koja je u to vrijeme bila opće prihvaćena. Druga metoda temeljila se na poznavanju vrijednosti brzine svjetlosti i iznosa godišnje aberacije koja nastaje zbog Zemljina gibanja i konačne brzine svjetlosti. Primijenio ju je francuski fizičar **Jean Bernard Léon Foucault** (1819.-1868.) i za Sunčevu udaljenost dobio vrijednost u skladu s Le Verrierovom.

Iznos udaljenosti Sunca danas je jedna od najtočnije određenih astronomskih veličina, dobivena praćenjem poremećaja u gibanju planeta i radarskim određivanjem položaja planeta i letjelica. Njena je vrijednost 149.597.870,66 km s pogreškom manjom od 1 km.